

## 「大学数学」をテキストとする学生

第1設題 以下の極限值について、極限值が存在する場合にはその値を、存在しない場合はその理由を述べよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}, \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$$

第2設題  $y = (x^2 - 1)^n$  とおく。このとき、 $(x^2 - 1)y^{(n+2)} + 2xy^{(n+1)} - n(n+1)y^{(n)} = 0$  を示せ。ただし、 $y^{(n)}$  は  $y$  の  $n$  次導関数とする。

第3設題 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \text{ のとき} \\ 0 & x = 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

と定める。このとき、導関数  $f'(x)$  が  $x=0$  において不連続であることを示せ。

第4設題 以下の関数の導関数を求めよ。

$$(1) y = \sqrt{\frac{1 - \sqrt[4]{x}}{1 + \sqrt[4]{x}}}, \quad (2) y = \frac{\sin x}{\sqrt{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}}$$

第5設題  $a > 0$  のとき、平均値の定理を用いて

$$\log_e a + \frac{1}{a+1} < \log_e(a+1) < \log_e a + \frac{1}{a}$$

を示せ。

第6設題 以下の原始関数を求めよ。

$$(1) \int \cos^2 x dx, \quad (2) \int e^{ax} \sin bx dx \quad (b \neq 0)$$

第7設題 以下の原始関数を求めよ。

$$(1) \int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx, \quad (2) \int (\log_e x)^2 dx$$

第8設題 以下の原始関数を求めよ。

$$(1) \int \frac{1}{x^3 + 1} dx, \quad (2) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

第9設題 以下の定積分を計算せよ。

$$(1) \int_e^{e^2} \log_e x dx, \quad (2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$$

第10設題

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx \text{ を求めよ。ただし、} n \text{ は正の整数。}$$